Секция «Математика и механика»

Неклассический лапласиан Леви и калибровочные поля

Волков Борис Олегович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: boris–volkov@yandex.ru

Неклассический лапласиан Леви -это естественное обобщение лапласиана Леви, введенное в работах Л. Аккарди и О.Г. Смолянова (см. [2]). Если H - сепарабельное гильбертово пространство и $\{e_n\}$ - фиксированный ортонормированный базис в H, то значение неклассического лапласиана Леви Δ_L^D, порожденного этим базисом и оператором D, на функции, определенной на H,- это среднее Чезаро вторых производных этой функции по направлению векторов из $\{De_n\}$. Если I- тождественный оператор, то Δ_L^I - классический оператор Лапласа-Леви. Одна из основных причин интереса к лапласиану Леви заключается в том, что существует связь между этим оператором и калибровочными полями. В [3] теорема о связи была доказана для лапласиана Леви, определенного через специальный вид второй производной и действующего на пространстве функций, определенных на пространстве кусочно-гладких кривых. Мы покажем, что можно использовать неклассический оператор Леви для описания этой связи. Пусть A - связность, определенная на $\mathbb{R}^k$, и $H = \{f \in W_2^1([0,1],\mathbb{R}^k)\colon f(0) = 0\}$ со скалярным произведением: $(g_1, g_2)_H = \int_0^1 (g_1'(\tau), g_2'(\tau))d\tau$. Пусть $\{p_i\}_{i=1}^k$ - базис в $\mathbb{R}^k$ и $e_n = p_{n-k\lfloor n/k\rfloor} f_{\lfloor n/k\rfloor}$, где $f_0(\tau) = \tau$ и $f_j(\tau) = \frac{\sqrt{2}}{j}\sin(2\pi j\tau)$ для $j \in \mathbb{N}$. Пусть оператор D определен так: $De_n = \lfloor n/k\rfloor e_n$. Тогда параллельный перенос, порожденный связностью A и рассматриваемый как функционал на H, лежит в области определения лапласиана Леви Δ_L^D. Параллельный перенос является гармоническим для такого лапласиана тогда и только тогда, когда связность является решением уравнений Янга-Миллса: $\nabla_\mu F_\nu^\mu = 0$. Это утверждение также выполняется для связности, определенной на римановом многообразии, и неклассического лапласиана Леви, который является обобщением лапласиана Леви, действующего на функциях, определенных на бесконечномерном многообразии (см [1]).

Литература

1. Аккарди Л., Смолянов О.Г. Формулы Фейнмана для эволюционных уравнений с лапласианом Леви на бесконечномерных многообразиях // Доклады Академии наук. 2006. Т. 407. No. 5. С. 583-588.

2. Аккарди Л., Смолянов О.Г. Классические и неклассические лапласианы Леви // Доклады Академии наук. 2007. Т. 417. No. 1. С. 7-11.

3. Accardy L., Gibilisco P., Volovich I.V. Yang-Mills gauge fields as harmonic functions for the Levy-Laplacians, Russian Journal of Mathematical Physics. 1994. V. 2. No. 2. Pp. 235-250.

Слова благодарности

Автор благодарен за внимание и поддержку профессору Олегу Георгиевичу Смолянову.