Секция «Математика и механика»

Компактные субдифференциалы и их приложения к вариационным задачам.

Халилова Зарема Исметовна
Аспирант
ТНУ им.В.И.Вернадского, математики и информатики, Симферополь, Украина
E-mail: zarik.210289@mail.ru

Понятие субдифференциала является базовым в современном выпуклом и негладком анализе. Несколько лет назад в работах И. В. Орлова и Ф. С. Стонякина (см. [1]) был введен так называмый *компактный субдифференциал* (или K*-субдифференциал*) отображений вещественного аргумента, который оказался удобным инструментом при исследовании проблемы Радона - Никодима для интеграла Бохнера (см. [2]) .

Настоящий доклад посвящен переносу понятия K-субдифференциала на случай отображений векторного аргумента. При этом, следуя для отображений в банаховых пространствах классической схеме Гато - Адамара - Фреше: К-субдифференциал по направлению $\longrightarrow$ слабый К-субдифференциал $\longrightarrow$ К-субдифференциал Гато $\longrightarrow$ К-субдифференциал Фреше, мы приходим к многозначным сублинейным операторам с компактными выпуклыми значениями (K-операторам). Такие операторы образуют уже не банахово пространство, а банахов конус.

Таким образом, возникает задача построения замкнутой теории K-субдифференциалов первого порядка для отображений в банаховых конусах. Такая теория построена, вплоть до теоремы о среднем ([3], [4]).

Построенный аппарат позволил обобщить уравнение Эйлера - Лагранжа на случай вариационного функционала с негладким (но K-субдифференцируемым) интегралом f:

$$\int_a^b f(x,y,y')dx \mapsto extr \quad (y(a)=y_a,\, y(b)=y_b,\, y(\cdot)\in C^1[a;b]).$$

В этом случае классическое уравнение Эйлера - Лагранжа для экстремали переходит в так называемое *включение Эйлера - Лагранжа* для *субэкстремали*:

$$0\in[\underline{\partial}^y f(x,y,y');\overline{\partial}^y f(x,y,y')]\text{-}\frac{d}{dx}[\underline{\partial}^z f(x,y,y');\overline{\partial}^z f(x,y,y')]$$

(здесь символы $\underline{\partial},\overline{\partial}$ обозначают соответственно верхнюю и нижнюю частные производные).

В докладе обсуждается также определение компактного субдифференциала второго порядка, его основные свойства и перспективы вариационных приложений.

Литература

1. Орлов И. В., Стонякин Ф. С. Компактные субдифференциалы: формула конечных приращений и смежные результаты// Современная математика. Фундаментальные направления. - 2009. Т. 34 - С. 121 - 138.

2. Орлов И. В., Стонякин Ф. С. Предельная форма свойства Радона - Никодима справедлива в любом пространстве Фреше// Современная математика. Фундаментальные направления. - 2010. Т. 37. С.55 - 69.

3. Орлов И. В., Халилова З. И. Компактные субдифференциалы в банаховых пространствах и их применение к вариационным функционалам.// Современная математика. Фундаментальные направления. - 2013. (в печати)

4. Халилова З. И. К-сублинейные многозначные операторы и их свойства// Ученые записки ТНУ им. В.И. Вернадского. Серия "Физико-математические науки". - 2011. Т. 24 (63) , №3. - С.110–122.

Слова благодарности

Автор выражает признательность профессору Орлову И. В. за постановку задачи и полезные обсуждения