

Секция «Математика и механика»

Об устойчивости плоской трехзвенной стержневой системы, нагруженной следящей силой

Майоров А.Ю.¹, Байков А.Е.²

1 - Московский авиационный институт, Факультет прикладной математики, 2 - Московский авиационный институт, Факультет прикладной математики, Истра, Россия

E-mail: ylam123@gmail.com

Рассматривается трехзвенный стержневой механизм, состоящий из однородных ве-сомых стержней и находящийся на гладкой горизонтальной плоскости АХҮ . На свободный конец стержня СД действует следящая сила F . Твердые стержни, имеющие одинаковую длину l и массу m , соединены идеальными сферическими шарнирами; первый стержень АВ прикреплен таким шарниром к неподвижной стенке в точке А. Кроме шарниров, стержни соединены упругими спиральными пружинами с коэффициентом жесткости c . Спиральные пружины также создают момент демпфирования, противоположный относительной угловой скорости, с коэффициентом b . Данная механическая система может служить дискретной моделью вязкоупругого стержня, на свободный конец которого действует следящая сила.

Составлены и обезразмерены уравнения движения, найдено единственное положение равновесия системы. Для исследования устойчивости равновесия записаны уравнения возмущенного движения, проведена их линеаризация, а затем произведен линейный анализ устойчивости в двух случаях: при отсутствии демпфирования в пружинах, и при наличии демпфирования. В первом случае с помощью техники, разработанной в [2], получены условия устойчивости равновесия в виде трансцендентных неравенств. Построены области устойчивости в пространстве параметров.

Исследование влияние сил демпфирования в пружинах разбивается на два этапа. На первом этапе силы демпфирования предполагаются малыми, что дает возможность применить теорию возмущений. Рассматривается эффект Циглера, когда устойчивое в отсутствие диссипации равновесие теряет устойчивость при добавлении сил вязкого трения (демпфирования), сколь угодно малых по величине. Ранее был построен критерий асимптотической устойчивости равновесия и, как следствие, критерий эффекта Циглера [2]. При этом частоты малых колебаний предполагались известными. На основе этих результатов получены условия асимптотической устойчивости равновесия, когда силы демпфирования малы.

На втором этапе исследовалось влияние больших сил трения. Предложен метод, основанный на понятие критического коэффициента демпфирования и проведены численные испытания.

Литература

1. Брюно А. Д. Множество устойчивости многопараметрических задач. Препринт ИМП им. М. В. Келдыша, Москва, 2010, 14 с.
2. Байков А.Е., Красильников П.С. Об эффекте Циглера в неконсервативной механической системе // ПММ. 2010. Т. 74, Вып. 1. С. 74–88.