

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИЗЪЮНКТИВНЫХ НОРМАЛЬНЫХ ФОРМ ДЛЯ БИНАРНЫХ ФУНКЦИЙ МНОГОЗНАЧНЫХ АРГУМЕНТОВ

Панов Алексей Витальевич

Аспирант

Факультет ВМК МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: panov.al.vit@gmail.com

Часто задачи распознавания с бинарными признаками [1] сводятся к построению достаточно простых дизъюнктивных нормальных форм функций с малым числом нулей. Как правило, данные ДНФ строятся методом, предложенным Ю. И. Журавлевым и А. Ю. Коганом [2], основанном на формуле С. В. Яблонского. На практике признаки могут принимать больше двух значений. Бинарные функции k -значных аргументов позволяет использовать многозначные признаки.

В работе вводится обобщение теории дизъюнктивных нормальных форм для таких функций. Рассматриваются важные понятия и свойства этих обобщений. Предлагается эффективный метод построения ДНФ для бинарных функций многозначных аргументов с малым числом нулей. Доказываются некоторые оценки длины таких ДНФ, использующие числа Стирлинга второго рода [3].

Вводятся следующие понятия:

- Класс функций:

$$P_k(n) = \{f | f : \{0, 1, \dots, k-1\}^n \rightarrow \{0, 1\}\}$$

- Элементарная конъюнкция:

$$U = x_1^{M_1} x_2^{M_2} \dots x_n^{M_n}, M_i \subseteq K, M_i \neq \emptyset, K = \{0, \dots, k-1\}$$

$$U(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = 1 \Leftrightarrow \alpha_i \in M_i, i = \overline{1, n}$$

- Дизъюнктивная нормальная форма:

$$F = U_1 \bigvee U_2 \bigvee \dots \bigvee U_m$$

U_i - элементарная конъюнкция, $i = \overline{1, m}$

Рассматривается аналог функции Яблонского:

$$f_D(\alpha) = \begin{cases} 0 & , \text{ при } \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_n \in D \\ 1 & , \text{ иначе} \end{cases}$$

$$D \subseteq \{0, 1, \dots, k-1\}, D \neq \emptyset$$

Доказывается критерий вхождения элементарной конъюнкции в сокращенную ДНФ функции $f_D(x)$. Предлагается вид тупиковой ДНФ функции $f_D(x)$, имеющей длину

$$n \cdot \lceil \log_2 |D| \rceil$$

В работе предложен метод синтеза ДНФ достаточно короткого вида для функций, заданных матрицей нулей с малым числом строк m . Данный метод позволяет переходить к построению ДНФ для функции, зависящей от числа переменных, равного количеству различных столбцов в матрице нулей. Вводится ряд преобразований, инвариантных относительно задач минимизации, позволяющие рассматривать только матрицы нулей специального вида. В работе доказывается, что максимальное возможное число различных столбцов в таких матрицах равно:

$$\sum_{i=2}^{\min(m,k)} S(m, i) \leq \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{\min(m,k)} C_m^i \cdot i^{m-i}$$

где $S(m, i)$ - числа Стирлинга второго рода [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 14-07-00965 и проект 14-01-00824.

Литература

1. Платоненко И. М. *О реализации алгоритмов типа «Кора» с помощью решения систем булевых уравнений специального вида* М.: ВЦ АН СССР, 1983.
2. Журавлёв Ю. И., Коган А. Ю. *Алгоритм построения дизъюнктивной нормальной формы, эквивалентной произведению левых частей булевых уравнений нельсоновского типа* Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1986.
3. Rennie B. C., Dobson A. J. *On stirling numbers of the second kind* Journal of Combinatorial Theory, 1969.