Секция «Математика и механика»

Тест Пенлеве для обыкновенных дифференциальных уравнений, связанных с уравнением теплопроводности

Виноградов Алексей Владимирович
Аспирант
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Механико-математический факультет, Москва, Россия
E-mail: alvinograd@gmail.com

Говорят, что обыкновенное дифференциальное уравнение обладает свойством Пенлеве, если его общее решение в области определения задается однозначной функцией. Свойство Пенлеве эквивалентно тому, что все критические точки общего решения не зависят от начальных данных. Для того, чтобы уравнение обладало свойством Пенлеве, необходимо, чтобы оно проходило так называемый тест Пенлеве. [2]

В. М. Бухштабер и Е. Ю. Нетай предложили n-анзац для решения уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial}{\partial t}\psi(z,t) = \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\psi(z,t),$$

где $n = 0, 1, 2, \ldots$ [1] Этот анзац приводит к однородной полиномиальной динамической системе в n-мерном пространстве. По этой системе в случае общего положения строится нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение порядка $n+1$, решение которого определяет решение уравнения теплопроводности.

Доклад посвящен задаче: найти условия на значения параметров этого дифференциального уравнения, при которых оно выдерживает тест Пенлеве. В случаях $n = 0, 1, 2$ решение этой задачи было известно. Будет дан полный ответ для $n = 3, 5$, а также частичный ответ для $n = 4$.

Литература

1. Е. Ю. Бунькова, В. М. Бухштабер. Полиномиальные динамические системы и обыкновенные дифференциальные уравнения, ассоциированные с уравнением теплопроводности // Функц. анализ и его прил., 46:3 (2012), 16–37.

2. R. Conte, M. Musette. The Painlevé Handbook. Springer, 2008.