

Секция «Математика и механика»

Нижняя граница скорости дизъюнктных кодов со списочным декодированием

Щукин Владислав Юрьевич

Аспирант

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: vpike@mail.ru

Пусть N, t, s и L - натуральные числа, $1 \leq s < t$, $1 \leq L \leq t - s$. Под кодом длины N и объема t будем понимать двоичную матрицу размера $N \times t$ с N строками и t столбцами. Будем говорить, что двоичный столбец u покрывает двоичный столбец v , если их покомпонентная дизъюнкция равна u ($u \vee v = u$).

Определение. Код X называется дизъюнктным кодом со списочным декодированием силы s с объемом списка L (кратко, СД s_L -код), если дизъюнктная сумма любых s столбцов кода X покрывает не более $L - 1$ других столбцов кода X .

Конструкции данных кодов рассматривались для построения двухступенчатых процедур групповых проверок [1].

Обозначим через $t(N, s, L)$ – максимальный объем СД s_L -кодов длины N , через $N(t, s, L)$ – минимальную длину СД s_L -кодов объема t и определим скорость СД s_L -кодов:

$$R_L(s) = \overline{\lim}_{N \rightarrow \infty} \frac{\log_2 t(N, s, L)}{N} = \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \frac{\log_2 t}{N(t, s, L)}.$$

Методом случайного кодирования получена нижняя граница скорости СД s_L -кодов $R_L(s)$ [2]. Приведем асимптотику данной случайной границы.

Теорема. 1. При фиксированном $L = 1, 2, \dots$ и $s \rightarrow \infty$ справедливо

$$\underline{R}_L(s) = \frac{L}{s^2 \log_2 e} (1 + o(1)).$$

2. При фиксированном $s = 2, 3, \dots$ и $L \rightarrow \infty$ существует предел

$$\lim_{L \rightarrow \infty} R_L(s) = \log_2 \left[\frac{(s-1)^{s-1}}{s^s} + 1 \right].$$

Литература

1. D'yachkov A.G., Macula A.J., Rykov V.V. New Applications and Results of Superimposed Code Theory Arising from the Potentialities of Molecular Biology // "Numbers, Information and Complexity". P. 265-282, Kluwer Academic Publishers, 2000.
2. Дьячков А.Г., Воробьев И.В., Полянский Н.А., Щукин В.Ю. Границы скорости дизъюнктных кодов // Проблемы передачи информации, 2014, Т. 50, Вып. 1, С. 47-78.

Слова благодарности

Автор благодарен своему научному руководителю Дьячкову А.Г. за ценные идеи и внимание к работе.