

Секция «Математика и механика»

Стохастическое сравнение в задаче об асимптотическом поведении процесса контактов

Ольшанский Юрий Максимович

Студент

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Механико-математический факультет, Москва, Россия

E-mail: olshanskyuyut@gmail.com

Рассмотрим процесс контактов на конечном множестве S — марковский процесс с непрерывным временем и пространством состояний $X := \{0, 1\}^S$, где S — множество из N частиц, а 1 и 0 характеризуют, является ли частица инфицированной или неинфицированной соответственно (см. монографию [2] и ссылки в ней). Процесс представляет эволюцию большого конечного числа частиц, располагающихся на окружности и взаимодействующих со своими ближайшими соседями. В данной модели “незараженные” частицы могут получать инфекцию от соседних “зараженных” с фиксированной интенсивностью λ пропорционально количеству инфицированных соседей, а “зараженные” с интенсивностью 1 выздоравливают. Рассматриваемый процесс имеет поглощающее состояние, когда все частицы “выздоравливают”, это состояние достигается за конечное время, называемое временем выздоровления.

В работе проводится стохастическое сравнение данного процесса с двумя вспомогательными процессами рождения и гибели. В результате будут получены нижняя и верхняя оценки среднего времени выздоровления. В частности будут найдены асимптотические границы среднего времени выздоровления при устремлении количества частиц N к бесконечности при условии, что $\lambda < 0.5$. Пусть ξ — начальное состояние, при котором заражены все ячейки процесса. Если обозначить за $m_N(\xi)$ среднее время выздоровления, то существует постоянная C , не зависящая от N , однако зависящая от λ , что верно неравенство

$$\ln N(1 + o(1)) \leq m_N(\xi) \leq CN(1 + o(1)).$$

Литература

1. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.ФИЗМАТЛИТ, 2005
2. Ligget T. M. (1985) Interacting Particle Systems. Springer.

Слова благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю А.Д. Маните за постановку задачи и внимание в работе.